Imposibilidad de la libertad total
The impossibility of total freedom

*Damián-Emilio Gibaja-Romero**

Resumen
La libertad es un concepto cuyo entendimiento ha sido fundamental para el desarrollo de los individuos y las sociedades. Particularmente, la introducción de avances tecnológicos y sociales hacen necesario esclarecer la idea de ser libres o ejercer plenamente la libertad. Dada la complejidad del concepto, el presente artículo presenta la relación entre libertad y capacidad de elección por medio de la teoría de la decisión y de los juegos. Con las herramientas anteriores mostramos que la libertad es imposible pues conlleva al dilema de que, ejercer la libertad puede impedirnos ejercerla. Así, la introducción de elecciones racionales y la limitación de conjuntos de elección muestran que la libertad total es imposible. Más aún, se trata de un proceso de decisión restringido.
Palabras Clave: *Libertad, Teoría de Juegos, Teoría de la Decisión, Imposibilidad.*

Abstract
Freedom is a concept whose understanding has been fundamental for the development of individuals and societies. The introduction of technological and social advances makes it necessary to clarify the idea of being free or fully exercising freedom. Given the complexity of the concept, this article presents the relationship between freedom and choice through decision and game theory. With the previous tools, we show that freedom is impossible because it leads to the dilemma that exercising freedom can prevent us from exercising it. Thus, introducing rational choices and limiting choice sets show that total freedom is impossible. In other words, freedom refers to a restricted decision process.
Keywords: *Freedom, Game Theory, Decision Theory, Impossibility.*

1 Introducción

La libertad está estrechamente relacionada con la historia de la humanidad pues contribuye tanto al desarrollo de los individuos como a la conformación de sociedades. Por ello, la libertad ha sido estudiada desde la antigüedad por filósofos, aunque no exclusivamente por ellos, debido al impacto que su ejercicio, o la falta de este, genera en el bienestar de los individuos (Ávila, 2020).

*Director Académico del Área de Matemáticas de la UPAEP. Email. damianemilio.gibaja@upaep.mx

A pesar de la cercanía que tenemos con la libertad, su conceptualización es compleja. Por esta razón es importante recordar su definición etimológica. La palabra **libertad** se descompone en dos vocablos latinos: el adjetivo *liber* (ser libre) seguido del sufijo *tat* (cualidad); es decir, la cualidad de ser libres (O Conde, 2011). Esto se puede interpretar como una *libertad total* en la que podemos hacer aquello que mejor convenga a nuestros intereses (Alvarez-Rojas, 2013). Sin embargo, un ejercicio irrestricto de la libertad deriva en anarquía cuando se afecta la libertad de otros (Kish, 2019). El presente artículo parte de este punto para describir matemáticamente a la libertad como un proceso de decisión con restricciones; es decir, la libertad total no es posible. Para mostrar lo anterior, utilizamos conceptos asociados a la teoría de la decisión y los juegos.

Aunque la libertad se ha estudiado desde la Grecia clásica, su estudio sigue siendo relevante en nuestros días (Allegri y Foschi, 2021). Puesto que no pretendemos hacer una revisión exhaustiva del estudio actual de la libertad, resumimos su importancia en dos puntos. El primero, de carácter teórico, se relaciona con las múltiples conceptualizaciones de dicho concepto. A lo largo de la historia, es posible encontrar definiciones hechas por distintos autores, cada una influenciada por el momento en qué fueron acuñadas (González-Pérez, 2012). El segundo punto concierne a la evolución de las sociedades. Particularmente, los avances tecnológicos han cambiado las opciones que tienen los individuos para desarrollarse en sociedad, lo que requiere revisar el significado de ser libre cuando las acciones propias afectan a terceros (Farinella y Gulyaeva, 2023).

Por lo anterior, en la actualidad, se suele hablar de **libertades** para capturar todas las dimensiones relacionadas con el hecho de ser libre. Por ejemplo, la libertad física se refiere a la ausencia de limitaciones materiales respecto a nuestro actuar, mientras que la libertad psíquica gira en torno a la autodeterminación (Caviglia-Marconi, 2009; Eliasz y Zaluski, 2020).

A pesar de la complejo que puede ser entender la libertad, la capacidad de tomar decisiones es un aspecto fundamental para describirla y el cual usamos como base para la modelación matemática de un individuo libre. Así, este artículo se relaciona con el trabajo de Aguiar (2006), donde se discute la imposibilidad de la libertad total cuando se busca generar preferencias sociales. Esto se debe a que la agregación de preferencias no necesariamente satisface la eficiencia de Pareto (Sen, 1970). En este sentido, a partir de una estructura matemática, mostramos que la libertad se puede entender como un proceso de optimización restringido.

El presente documento se organiza en las siguientes secciones. La sección 2 presenta los conceptos básicos de la decisión. En la sección 3 se ejemplifica el dilema asociado a una libertad individual sin restricciones cuando se introduce la función de elección, mientras que la sección 4 lo hace para las decisiones que se toman cuando diferentes individuos interactúan. La sección 5 presenta las conclusiones.

2 Elección y Matemáticas

En la introducción se mencionó que existen múltiples conceptualizaciones de la libertad. Sin embargo, para establecer un modelo matemático que describa la libertad de los individuos, partimos de una conceptualización simplista de la misma, la cual está asociada a la posibilidad de elección (González-Pérez, 2012).

Definición 1

La **libertad** se refiere a la capacidad de los individuos para elegir entre un conjunto de alternativas durante el tiempo en que esté vivo.

Dada la definición anterior, consideremos un conjunto finito de N individuos, el cual denotamos por $I = \{1, 2, \ldots, N\}$, donde i representa a un individuo genérico.

Cada individuo i posee un conjunto de alternativas $A_i = \{a_1^i, a_2^i, \ldots, a_n^i, \ldots\}$, el cual asumimos distinto del vacío. Así, cada elemento a_j^i representa una alternativa que el individuo i puede escoger y realizar en su entorno. Entonces, $A = \{A_1, A_2, \ldots, A_N\}$ es una familia finita de conjuntos que resumen las alternativas que los individuos en I pueden elegir. El conjunto de todas las alternativas posibles es $\bigcup A = \cup_{i=1}^{N} A_i$.

Pero ¿qué significa elegir una alternativa? Esta pregunta nos enlaza directamente con la axiomatización de las matemáticas.

Tal como lo hizo Euclides con sus cinco postulados para establecer las bases de la Geometría, los matemáticos de principios del siglo XX buscaron establecer los axiomas con los cuales edificar y organizar la Teoría de Conjuntos (Luce, 1977). La axiomatización de esta última es fundamental pues podemos definir a las matemáticas como aquellas disciplinas que estudian a los conjuntos, sus propiedades y relaciones.

En 1904, Ernst Zermelo y Adolf Fraenkel propusieron una base axiomática para organizar y deducir los resultados más importantes de la Teoría de Conjuntos (Luce, 1977). Entre los axiomas propuestos se encuentran el hecho de que i) Dos conjuntos son iguales cuando tienen los mismos elementos, y ii) Existe un conjunto sin elementos al que se le denomina conjunto vacío. También, destaca el **Axioma de Elección (AE)** debido a la controversia que generó en la comunidad matemática. Antes de enunciar el AE, primero definimos a las funciones de elección siguiendo la notación establecida previamente.

Definición 2

Consideremos una familia de conjuntos $A = \{A_1, A_2, \ldots, A_N\}$. Una **función de elección** es una función $Ch : A \rightarrow \bigcup A$ tal que $f(A_i) \in A_i$ para todo $A_i \in A$.

En palabras, una función de elección nos permite elegir una alternativa de cada uno de los conjuntos de alternativas existentes. Por mencionar algunos ejemplos, "elegir la capital de un estado" o "elegir ciudades que son capitales" son reglas sencillas que establecen funciones de elección dada una colección de conjuntos de zapatos o de países. Naturalmente, nos podemos preguntar sí es posible establecer una función de elección para cualquier familia de conjuntos.

En apariencia, una función de elección se puede construir cuando la familia de conjuntos de alternativas es finita mediante un proceso iterativo donde se revisen los elementos de cada conjunto y se seleccione uno de ellos. Sin embargo, cuando hay una infinidad de conjuntos con infinitas alternativas, es posible que no podamos terminar de definir el proceso anterior. Es decir, no es claro que se pueda construir la función de elección.

La discusión anterior sustenta la intuición de no poder demostrar la existencia de funciones de elección a partir de otros axiomas. De esta forma, Zermelo propuso el siguiente axioma:

Axioma de Elección (AE).

Sea A una colección no vacía de conjuntos no vacíos. Existe una función de elección para la colección A.

A pesar de la controversia generada por el axioma anterior, este garantiza la posibilidad de que los individuos puedan elegir alguna alternativa sin importar la cantidad que se tenga de estas.

3 Elecciones individuales y racionalidad

Es importante enfatizar que el AE no limita *per se* las acciones que los individuos tienen disponibles. Además, cabe mencionar que no hemos impuesto ninguna restricción sobre la cantidad de elementos que tiene cada conjunto. En este sentido, nos podemos cuestionar sí la libertad es lo mismo que tener una función de elección. Para desarrollar este punto, consideremos el siguiente ejemplo.

Ejemplo 1.

Supongamos que "comer mercurio" es un elemento del conjunto A_i *para algún individuo* $i \in I$. *Por el AE, es posible encontrar una función de elección que le permita al individuo* i *elegir la opción anterior. Sin embargo, es claro que "comer mercurio" es perjudicial para el individuo pues puede ocasionarle la muerte.*

□

El Ejemplo 1 señala que elegir cualquier alternativa disponible genera nuevos retos al tratar de conceptualizar a la libertad. Particularmente, el Ejemplo 1 presenta una situación donde el resultado limita permanentemente nuestra capacidad de elección. Más aún, es posible encontrar otras situaciones con un resultado similar. Por ejemplo, "cortarse las manos" (sin tener alguna enfermedad o condición que lo haga necesario) también es una elección que al realizarse limita la libertad del individuo, lo cual es contradictorio.

Proposición 1.

Ser libre no es lo mismo que tener una función de elección.

Demostración

Procederemos por contradicción. Supongamos que ser libre es lo mismo que tener una función de elección. Entonces, gracias a la función de elección, ser libre implica que podemos elegir cualquier cosa que esté a nuestro alcance. Particularmente, podemos elegir una alternativa X la cual nos impida elegir posteriormente alguna otra opción. Es decir, la función de elección queda inoperante cuando optamos por la opción X. Al perder la capacidad de elección, de acuerdo con la Definición 1, dejamos de ser libres. Esto es una contradicción pues asumimos que el individuo es libre.

La contradicción surge de asumir que ser libre es lo mismo que tener una función de elección.

$\square$

La Proposición 1 sugiere que la capacidad de elección, cuando es fundamental para la libertad, debe tener una característica adicional al momento de construir la función de elección de los individuos. Filósofos como John Locke e Immanuel Kant, entre muchos otros, abordaron dicha problemática indicando que el hecho de ser libres va acompañado de la racionalidad por parte de los individuos (Schumpeter,1984). En este sentido, la libertad se puede expresar como la capacidad de hacer elecciones racionales. Pero ¿qué es un individuo o elección racional?

Retomando el Ejemplo 1, racionalidad se puede asociar con elegir cosas que no perjudiquen la libertad de los individuos. En otras palabras, aquello que genere un bien. Sin embargo, no siempre es posible identificar aquellas opciones que son perjudiciales, y mucho menos es sencillo caracterizar aquellas acciones que generan un bien. De manera similar a como ocurre con el concepto de libertad, existen numerosas conceptualizaciones sobre la racionalidad de los individuos (Schumpeter,1984). Tal como lo hicimos con la libertad, es posible enlazar la racionalidad con las matemáticas para simplificar la discusión que queremos desarrollar.

Cuando decimos que "comer mercurio" es una acción perjudicial, tenemos claro que no hacerlo es una mejor alternativa. Es decir, en primera instancia, establecemos una relación entre dos alternativas para, en segundo lugar, indicar cuál es mejor o peor.

Matemáticamente, una relación R es un subconjunto del producto cartesiano $A_i \times A_i$. Así, decimos que a_j^i se relaciona con a_k^i cuando $(a_j^i, a_k^i) \in R$. Para simplificar la notación, decimos que $a_j^i R a_k^i$ sí $(a_j^i, a_k^i) \in R$.

Existen muchas formas para establecer una relación. Considerando que las alternativas del agente i son numerables, el siguiente ejemplo presenta una relación que se basa en la forma como se construye un diccionario.

Ejemplo 2.

Sea i un agente tal que su conjunto de alternativas A_i es numerable. Es decir, dicho conjunto se puede describir como $A_i = \{a_1^i, a_2^i, a_3^i, \dots, a_M^i, a_{M+1}^i, \dots\}$. A partir del producto cartesiano $A_i \times A_i$, definimos la relación R_L^i de la siguiente manera:

$$(a_j^i, a_k^i) \in R_L^i \text{ sí y sólo sí } j \geq k.$$

$\square$

Comúnmente, se suele decir que R_L^i es una relación lexicográfica por su relación con la construcción de un diccionario.

Notemos que las palabras en un diccionario se encuentran ordenadas. Por ejemplo, Francia se encuentra antes que Italia. Dicho ordenamiento proviene de una relación $R \subseteq P \times P$, donde P es el conjunto de todas las palabras posibles. Es decir, el orden de las palabras en el diccionario es una relación especial.

Definición 3

Sea $R \subset A_i \times A_i$ una relación. Decimos que R es un orden parcial cuando para cualesquiera alternativas $a, b, c \in A_i$ se satisface lo siguiente:

i. Reflexividad: aRa.

ii. Antisimetría: Si aRb y bRa, entonces $a = b$.

iii. Transitividad: Si aRb y bRc, entonces aRc.

El orden parcial R es completo cuando aRb o bRa, para cualquier par de alternativas $a, b \in A_i$.

Más allá de la caracterización matemática de los órdenes, es importante enfatizar en la interpretación de las tres propiedades de la Definición 3. Intuitivamente, la reflexividad indica que podemos comparar una opción consigo misma. La antisimetría, por su parte, señala que no podemos ordenar de manera opuesta dos alternativas diferentes pues sería contradictorio; si eso ocurre, las opciones tienen que ser las mismas. Finalmente, la transitividad busca que el orden sea coherente al no permitir ciclos que generen una contradicción.

Notemos que los órdenes buscan imitar el ordenamiento de los números reales, el cual satisface la propiedad de tricotomía. Esta última señala que, para cualesquiera $a, b \in \mathbb{R}$, se tiene una de las siguientes tres opciones: i) $a > b$, ii) $a = b$, o iii) $a < b$.

Para ilustrar la intuición anterior en un contexto general, pensemos nuevamente en el diccionario y sus palabras. El orden del diccionario es reflexivo porque es posible encontrar la palabra Francia una vez que hemos identificado sus letras; de la misma manera, reconocemos cuando las palabras son distintas, y esto impide que dos palabras diferentes ocupen el mismo lugar que Francia. Además, no es posible que Francia se ubique antes que Italia y que Italia se ubique antes que Francia pues ello implicaría que Italia se encuentra páginas antes que Italia; lo cual es falso.

En resumen, el orden del diccionario nos indica qué palabra va primero y las reglas para identificar el lugar que le corresponde a las demás.

Por lo anterior, una relación de orden permite comparar alternativas. Es decir, si R es una relación de orden definida sobre el conjunto $A_i \times A_i$, podemos decir que la opción a es mejor (o se encuentra antes) que la opción b cuando aRb.

La Teoría Económica parte de los órdenes para modelar el comportamiento de los agentes económicos (Barten, y Böhm, 1982). Específicamente, asume que la racionalidad de los agentes económicos se asocia con el establecimiento de un orden parcial pues ello contribuye a modelar las preferencias que estos tienen. A partir de los ordenamientos es posible indicar qué implica ser un individuo racional.

Definición 4

Sea R_i una relación definida sobre el conjunto $A_i \times A_i$. Decimos que i es racional bajo R_i cuando la relación es

i. Reflexiva.

ii. Completa.

iii. Transitiva.

Al introducir una relación de orden, las elecciones de los individuos pueden priorizar aquellas que le generen un bien sobre las que lo perjudiquen. Por consiguiendo, afinando las definiciones anteriores, un individuo es libre cuando tiene la capacidad de elegir racionalmente las alternativas disponibles.

4 Interacciones racionales

En las secciones previas nos enfocamos en caracterizar la libertad de los individuos sin importar las alternativas que estén a su alcance gracias al Axioma de Elección. Es importante resaltar que la función de elección, tal como se introdujo, no impone restricciones adicionales a la decisión de los individuos. Esto condujo a un dilema donde se introdujo la noción de racionalidad para evitar elegir algo que perjudique al individuo. Sin embargo, dicha discusión ignora que los individuos interactúan con otros.

La presente sección se enfoca en la conceptualización de la libertad cuando los individuos interactúan unos con otros. Antes, usamos el siguiente ejemplo para ilustrar las posibles implicaciones de una decisión racional cuando se interactúa con otro individuo.

Ejemplo 3

Consideremos dos individuos, M *y* N*, los cuales tienen una relación de orden* R_M *y* R_N *sobre* $A_M \times A_M$ *y* $A_N \times A_N$*, respectivamente. Puesto que no hay limitación en los conjuntos de alternativas* A_M *y* A_N*, asumimos que la opción "bloquear la capacidad de elección del otro" es un elemento tanto de* A_M *como de* A_N*.*

Matemáticamente, usamos B_M *para representar la opción donde M bloquea la capacidad de elección de N. Análogamente, se introduce la notación* B_N*. Además, asumimos que la acción contraria, denotada por* nB_M *y* nB_N*, también pertenece a los conjuntos de alternativas correspondientes.*

Notemos que las acciones B_M *y* B_N *son perjudiciales para N y M, respectivamente. Entonces, de manera racional, ambos individuos tratarán de elegir una alternativa que les permita evitar que* *el otro bloquee su capacidad de elección. En este sentido, las alternativas* B_M *y* B_N *cumplen con el objetivo anterior pues con ellas se impide que el otro agente elija cualquier opción, incluida la perjudicial. Por el contrario, al no bloquear una situación perjudicial,* nB_M *y* nB_N *tienen menor prioridad. Puesto que los individuos son racionales, podemos concluir que*

$$B_M R_M nB_M \quad y \quad B_N R_N nB_N.$$

Entonces, ambos agentes eligen bloquear la capacidad de elección de los otros.

$\square$

El Ejemplo 3 ilustra una situación donde la elección racional implica que ambos individuos pierden su capacidad de decidir. Es decir, un dilema similar al Ejemplo 2 el cual resumimos en la siguiente proposición.

Proposición 3.

Considerando una situación donde varios individuos interactúan, ser libre no es lo mismo que hacer elecciones basadas en un orden racional.

Dada la Proposición 3, es natural preguntarse sí es posible imponer alguna propiedad adicional a las elecciones racionales para evitar que los individuos dejen de ser libres cuando interactúan en diferentes contextos. Es decir, tenemos un problema similar al planteado después de la Proposición 2. Sin embargo, la respuesta no es tan simple como introducir el concepto de órdenes racionales. Esto se debe a que los resultados de una interacción se describen mediante perfiles que resumen las alternativas que eligen todos los individuos involucrados. Cada perfil representa un escenario que impacta de distinta manera a cada individuo. Entonces, el problema se relaciona estrechamente con la Teoría de Juegos, rama de las matemáticas aplicadas que estudia la toma de decisiones en situaciones de conflicto (Aguiar, 2008).

Entendemos por conflicto aquella situación en la que interactúan agentes con diferentes objetivos y cuyas decisiones impactan en los otros individuos. En este sentido, el Ejemplo 3 muestra una situación donde *M y N* pueden perjudicarse mutuamente al bloquear su capacidad de elección cuando el escenario que se realiza es el perfil (B_M, B_N). Entonces, el ejemplo anterior es un conflicto que podemos estudiar con apoyo de la Teoría de Juegos.

Primero, es importante identificar los elementos básicos de un juego. Este está compuesto por un conjunto de jugadores (*M y N*), los cuales tienen un conjunto de acciones a elegir (las alternativas en A_M y A_N) y pagos asociados a los perfiles en $A_M \times A_N$. Formalmente, el pago de un individuo es una función que transforma los escenario en un número real; es decir, la función de pagos del jugador i es una función $\wp_i: A_N \times A_M \to \mathbb{R}$. El pago se puede interpretar como la valoración de los agentes al escenario en el que se encuentran.

Para simplificar el análisis del Ejemplo 3, limitamos el conjunto de perfiles posibles al conjunto $\{B_M, nB_M\} \times \{B_N, n\ B_N\}$. Es decir, la interacción de los individuos se limita a cuatro escenarios, cuya interpretación es la siguiente:

i. (B_M, B_N) → ambos individuos pierden la capacidad de elegir.

ii. (B_M, nB_N)→ N pierde la capacidad de elección mientras que M sigue siendo libre.

iii. (nB_M, B_N) → M pierde la capacidad de elección, mientras que N sigue siendo libre.

iv. $(nB_M, n\ B_N)$→ ambos individuos siguen siendo libren.

Respecto a la función de pagos, al representar este el beneficio que obtienen los jugadores ante un perfil de alternativas es lógico pensar que los valores asignados deben de respetar el orden individual de los jugadores. Así, podemos considerar que los pagos que recibe cada jugador son mejores cuando bloquea la acción del otro individuo, pues ello impide que pierdan su libertad, mientras que dichos pagos son menores en la alternativa contraria. Por ejemplo, podemos considerar los siguientes pagos:

$\wp_M(B_M, B_N) = 5 = \wp_N(B_M, B_N)$,

$\wp_M(B_M, nB_N) = 10 = \wp_N(nB_M, B_N)$,

$\wp_M(nB_M, B_N) = 0 = \wp_N(B_M, nB_N)$,

$\wp_M(nB_M, n\ B_N) = 2 = \wp_N(nB_M, nB_N)$.

Los pagos anteriores se pueden resumir en la siguiente matriz:

		N	
		B_N	nB_N
M	B_M	5, 5	10, 0
	nB_M	0, 10	2, 2

Tabla 1 Matriz de pagos.

Además de tener varios escenarios, cada uno con un pago distinto, la modelación del conflicto entre *M y N* como un juego también genera la pregunta sobre cómo los individuos toman decisiones racionales en dichas circunstancias. Recordemos que en un problema de decisión tradicional podemos decir que la solución es aquella acción que proporciona el mayor pago posible. En los juegos, su equivalente es la noción de **estrategia dominante**, es decir, aquella acción que proporciona el mayor pago posible a un jugador sin importar lo que el otro elija. Aunque no ahondaremos en el significado de la solución de un juego, cabe mencionar la existencia de otros conceptos de solución como el **equilibrio de Nash,** el cual es un perfil de estrategias bajo las cuales los individuos no tienen incentivos a cambiar su comportamiento.

Retomando la solución por estrategias dominantes, notemos que B_i proporciona el mayor pago posible para cada individuo sin importar la acción que elija el otro jugador. Es decir, los pagos que puede proporcionar B_i, 5 y 10, son mayores a los pagos que puede otorgar la acción nB_i, 0 y 2. Entonces, se dice que el perfil (B_M, B_N) es una solución por estrategias dominantes para el juego descrito en el Ejemplo 3.

El análisis anterior concluye lo mismo que la Proposición 3; es decir, es una estrategia dominante (y, por ende, racional) que ambos individuos elijan bloquearse mutuamente por lo que ambos dejan de ser libres. Sin embargo, el conjunto de perfiles de acciones, junto con la matriz de pagos, señala que existe un escenario donde los individuos siguen siendo libres: el perfil (nB_M, nB_N). Desafortunadamente, este no puede considerarse una solución porque dicha acción no es dominante y tampoco cumple con las características del equilibrio de Nash. Sobre este último, sí los individuos eligen no bloquear al otro, ellos tienen incentivos a cambios su actuar pues bloquear proporciona un beneficio mayor. Es decir, la decisión racional los lleva a comportarse de manera egoísta, aspecto crucial para resolver el dilema establecido en la Proposición 3.

Específicamente, la solución va encaminada a que los individuos cambien su comportamiento egoísta para elegir algo mejor. De manera directa, los individuos pueden cambiar su elección cuando la estrategia nB_n proporciona un beneficio mayor. Lo anterior se puede lograr por diferentes motivos. Por ejemplo, un agente externo, como el gobierno, puede proporcionar una compensación para que los individuos no afecten la libertad del otro cuando conviven en sociedad, es decir, premiar que los jugadores no sean egoístas. También, es posible que los agentes se comporten moralmente, es decir, que racionalmente decidan no elegir acciones perjudiciales (Rabin, 1995). Finalmente, un agente tercero también puede limitar el conjunto de alternativas que tienen los individuos descartando aquellas que generan escenarios perjudiciales para estos. Por lo tanto, la libertad a partir de elecciones racionales debe estar restringida cuando los individuos interactúan con otros.

5 Conclusiones

El presente artículo utiliza diferentes herramientas de las matemáticas para conceptualizar la libertad. Particularmente, al asociar dicho concepto con la capacidad de decisión, las herramientas matemáticas que describen dicho proceso ilustran los dilemas que genera una toma de decisiones sin restricciones. Específicamente, la pérdida de la libertad.

Por consiguiente, la modelación matemática de la libertad nos lleva a introducir diferentes restricciones sobre las elecciones que hacen los individuos. En primer lugar, no todas las funciones de elección son convenientes pues algunas impactan negativamente al mismo individuo, con lo cual se introdujo la noción de decisión racional. Sin embargo, la racionalidad también conlleva a situaciones perjudiciales cuando los individuos ejercen su libertad en la interacción con otros. Por medio de la teoría de juegos mostramos que las decisiones racionales pueden generar el mismo dilema de perder la cualidad de sur libres.

Por lo tanto, la capacidad de elegir racionalmente debe limitarse. Algunos de los mecanismos para lograrlo radican en reducir las alternativas disponibles, cambiar la percepción que tienen los individuos sobre las acciones o utilizar a un tercer agente que guíe las decisiones de los individuos.

En general, podemos concluir que la libertad total es imposible. En futuros proyectos pretendemos analizar como la introducción de un tercer agente, como el gobierno, impacta tanto en las decisiones individuales como en las interacciones colectivas.

References

ALRED, G. J., BRUSAW, C. T. AND OLIU, W. E. (2003). *Handbook of Technical Writing*, 7th ed., St. Martin's, New York.

PERELMAN, L. C., PARADIS, J. AND BARRETT, E. (1997). *Mayfield Handbook of Technical and Scientific Writing*, Mayfield, Mountain View, California.

METROPOLIS, N. ET AL. (1953). "Equations of state calculations by fast computing machine," *J. Chem. Phys.* **21**(6), 1087-1091.

ALLEGRI, G., & FOSCHI, R. (2021). "Universal basic income as a promoter of real freedom in a digital future". *World Futures*, *77*(1), 1-22.

AGUIAR, F. (2008). "Libertad, justicia y juegos." *Obtenido de Instituto de Estudios Sociales de Andalucía*.

ALVAREZ ROJAS, N. (2013). LIBERTAD, ELECCIÓN Y ANGUSTIA: APUNTANDO A UNA ÉTICA EXISTENCIAL.

ÁVILA, S. (2020). "¿ Libertad?". *Estrategias-Psicoanálisis y salud mental-*, *8*, 11-12.

CAVIGLIA MARCONI, A. (2009). "Las Libertades y Sus Interpretaciones". *Vox Juris*, *18*, 45.

CONDE, O. (2011). *Diccionario etimológico del lunfardo*. Taurus.

ELIASZ, K., & ZAŁUSKI, W. (2020). "Libertas: On the unity of the concept of freedom". *Revus. Journal for Constitutional Theory and Philosophy of Law/Revija za ustavno teorijo in filozofijo prava*, (42).

FARINELLA, F., & GULYAEVA, E. E. (2023). "Cognitive freedom: a new human right born out of artificial intelligence". *Revista Direitos Fundamentais & Democracia, 28*(1), 246-265.

GONZÁLEZ PÉREZ, L. R. (2012). "La libertad en parte del pensamiento filosófico constitucional". *Cuestiones constitucionales*, (27), 135-164.

KISH, K. (2019). "Reclaiming freedom through prefigurative politics." In *Liberty and the Ecological Crisis* (pp. 49-64). Routledge.

LUCE, R. D. (1977). "The choice axiom after twenty years." *Journal of mathematical psychology*, *15*(3), 215-233.

RABIN, M. (1995). "Moral Preferences, Moral Constraints, and Self-Serving Biases," *working paper.*

SCHUMPETER, J. A. (1984). "The meaning of rationality in the social sciences." *Zeitschrift für die gesamte Staatswissenschaft/Journal of Institutional and Theoretical Economics*, (H. 4), 577-593.

TRIFU, S., IVANOV, A., POCORSCHI, M., & TRIFU, A. C. (2021). "Una libertad bastante peligrosa. Estableciendo la atmósfera". In *Conference Proceedings CIVAE 2021* (pp. 400-404). MusicoGuia.

ZAGAL-ARREGUÍN, H. (2018). "Eleuthería en Aristóteles". *Co-herencia,* 15(28), 67-84.

Caption List